Вестник Донского государственного технического университета. 2020. Т. 20, № 1. С. 68–78. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2020. Vol. 20, no. 1, pp. 68–78. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 620.20 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2020-20-1-68-78

Статистический анализ размерных характеристик пыли, образующейся при механической обработке металлов



Н. Н. Азимова, Е. Н. Ладоша, С. Н. Холодова, Д. С. Цымбалов, О. В. Яценко
ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Введение. Статья посвящена математическому анализу фракционного состава пыли, образующейся при работе рельсорезного станка. Установлено, что исследованный полидисперсный материал хорошо описывается однопараметрическим экспоненциальным распределением. В то же время адекватным для достижения целей расчета циклонов представляется логнормальное распределение частиц по размерам, параметры которого определены методами математического программирования.
Целью работы являлась отработка математических методов корректного осреднения размерно-массовых параметров пыли при механической обработке твердых металлов.
Материалы и методы. Изучалась возможность аппроксимировать экспериментальные данные распределениями Розина — Раммлера (классическим, обобщенным трехпараметрическим $P(x, D, n, m)$ и упрощенным экспоненциальным $P(x)$, в котором $n = 1$). Сопоставлялись соответствующие результаты между собой и с данными аппроксимации логнормальной и двойной логнормальной функциями. Эти результаты свидетельствуют о близком качестве аппроксимации с использованием модельных распределений $P(x)$:

- пятипараметрического двойного логнормального;
- трехпараметрического типа Розина — Раммлера;
- двухпараметрического классического Розина — Раммлера;
- однопараметрического экспоненциального.

Результаты исследования. Первичный физический анализ отходов резания осуществлялся при помощи лабораторно-измерительного комплекса *Fritsch Analysette* 22 *Compact*, использующего метод *LALLS — low angle laser scattering*. Программное обеспечение комплекса реализует результаты измерений в первичной графической и цифровой формах. Выявлено, что для детального анализа распределения пылевых частиц по размерам на основе экспериментальных данных, лучше прочих подходит простейшее экспоненциальное распределение. На основе этого распределения можно воспроизвести все интегральные показатели, предоставляемые инструментальным измерительным комплексом наряду с графическими данными.
Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть использованы для рационализации станка местного отсоса, а математические модели и алгоритмы — для параметрического анализа любой пыли, улавливаемой циклонами.

Ключевые слова: резание металлов, пыль, распределение по размерам, статистика, математическое программирование.

Образец для цитирования: Статистический анализ размерных характеристик пыли, образующейся при механической обработке металлов / Н. Н. Азимова, Е. Н. Ладоша, С. Н. Холодова [и др.] // Вестник Донского государственного технического университета. — 2020. — Т. 20, №1. — С. 68−78. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2020-20-1-68-78

Финансирование: Работа выполнена по теме «Разработка основ технологии проектирования комплексных систем и средств защиты операторов от воздействия опасных и вредных производственных факторов» № 5,6968,2017/БЧ в рамках выполнения госзадания Минобрнауки России в части НИР.



Statistical analysis of sizing features of dust generated under the mechanical metal-working

N. N. Azimova, E. N. Ladosha, S. N. Kholodova, D. S. Tsymbalov, O. V. Yatsenko
Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

Introduction. The paper considers the mathematical analysis of the fractional composition of dust generated during the operation of the rail-cutting machine. It is established that the studied polydisperse material is well described by the one-parameter exponential distribution. At the same time, the lognormal particle size distribution, whose parameters are determined by mathematical programming methods, seems adequate for the purposes of calculating cyclones. The work objective was to develop mathematical methods for correct averaging of the size and mass parameters of dust under the solid metal machining.
Materials and Methods. We studied the possibility of approximating experimental data by Rosin – Rammler distributions (classical, generalized three-parameter $P(x, D, n, m)$, and simplified exponential $P(x)$, in which $n = 1$). The corresponding results were compared to each other and to the data of approximation of the lognormal and double lognormal functions. These results indicate close approximation quality using the following model distributions $P(x)$:

- five-parameter double lognormal;
- three-parameter type of Rosin-Rammler;
- two-parameter classical Rosin - Rammler;
- one-parameter exponential.

Results. The primary physical analysis of cutting waste was carried out by the laboratory measuring complex *Fritsch Analysette* 22 *Compact* which uses the *LALLS – low angle laser scattering* method. The built-in software provides output of measurement results in primary graphic and digital forms. It was found that the simplest exponential distribution is best suited for a detailed analysis of the dust particle-size distribution based on the experimental data. This distribution enables reproduction of all the integral indicators provided by the instrumental measuring complex along with the graphical data.
Discussion and Conclusions. The results obtained can be used to rationalize the local suction machine, and the mathematical models and algorithms can be used for the parametric analysis of any dust captured by cyclones.

***Keywords**:* metal cutting, dust, size distribution, statistics, mathematical programming

For citation: N.N. Azimova, E.N. Ladosha, S.N. Kholodova, et al. Statistical analysis of sizing features of dust generated under the mechanical metal-working. Vestnik of DSTU, 2020, vol. 20, no. 1, pp. 68−78. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2020-20-1-68-78

Funding information: The research is done on theme “Development of the basics for designing integrated systems and means of operator protection from exposure to hazardous and harmful production factors” no. 5,6968,2017/БЧ within the frame of the government task of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation in R&D.

Введение. Пыль, образующаяся при механической обработке (резании, сверлении, шлифовании, полировке и пр.) твердых металлов и сплавов способна нанести прямой или косвенный ущерб здоровью человека, привести к загрязнению природной среды. Для исключения этих негативных последствий широко используются циклоны — устройства общей и местной очистки воздуха, использующие аэродинамический захват пыли силами инерции с последующим отсевом ее из воздушной струи в накопитель [1]. Эффективность циклонов обеспечивается расчетом, цель которого — гарантированно уловить взвешенные в воздушной струе твердые частицы заданной категории при минимальных экономических издержках. Поскольку улавливание частиц обеспечивается за счет конкуренции инерционных и аэродинамических сил, соответствующие физические критерии составляют основу расчета циклонов [2]. Важнейшими элементами этих критериев служат размерные и массовые характеристики пылевых частиц. Вследствие естественной неоднородности производственной пыли эти характеристики имеют статистическую природу, что выдвигает жесткие требования к корректности их осреднения при расчетах систем пылеочистки (циклонов). Таким образом, достоверные научные сведения о размерных и массовых параметрах пыли при различных видах механической металлообработки являются актуальными, поскольку их практическое применение позволяет рационально организовать пылеулавливание посредством циклонов.

Цель настоящего исследования — отработка математических методов корректного осреднения размерно-массовых параметров пыли при механической обработке твердых металлов. Полученные результаты использовались для рационализации станка местного отсоса, а отработанные авторами математические модели

и алгоритмы без существенных ограничений применимы для параметрического анализа любой пыли, подлежащей улавливанию циклонами.

Теоретические основы исследования. Пылевая частица находятся под действием силы тяжести и силы инерционной природы, которая пропорциональна массе частицы, равной $\rho \cdot x^3$, где ρ — плотность образующего материала в [кг/м^3]; x — характерный размер частицы в [мкм]. Следовательно, знание инерционных свойств пыли сводится к знанию ее плотности и характерного размера. Величина аэродинамической силы, действующей на такую частицу со стороны потока, пропорциональна квадрату ее характерного размера x^2 и не зависит от плотности. Фигурирующее в критерии эффективности циклона отношение этих сил соответственно пропорционально комплексу $\rho \cdot x$. Однако здесь следует учесть два важных обстоятельства: во-первых, пылевые частицы существенно отличаются по размерам и, во-вторых, форма каждой пылинки уникальна и далека от используемых эталонов (сфера, куб и др.). Эти особенности выдвигают весьма жесткие требования к процедуре двойного осреднения величины характерного размера пылевой частицы по составляющим размерам и форме. Очевидно, что методика, осредняющая характерный размер пылинок, носит целевой характер: в нашем случае она соответствует расчету эффективности циклонов.

Впервые параметрическое осреднение полидисперсных сред систематически исследовал Заутер [3, 4]. Основные результаты его работ сводятся к следующему:

1. Для различных целей важны специфически осредненные средние размеры частиц из неоднородной совокупности. Поскольку средний размер представляет собой величину, выражаемую долями метра, очевидным является следующий способ размерного осреднения ансамбля частиц с функцией распределения $F(x)$ и соответственно плотностью вероятности $P(x) = dF(x)/dx$:

$$\langle x \rangle_{ij} = \left[\int P(x)\, x^i\, dx \Big/ \int P(x)\, x^j\, dx \right]^{1/(i-j)} . \tag{1}$$

2. Формула (1) подразумевает, что все пылевые частицы характеризуются единственным размером, т. е. имеют форму шара. Поэтому величину $\langle x \rangle_{ij}$ называют заутеровским диаметром и обозначают D_{ij} (чаще всего под заутеровским диаметром понимается величина D_{32}).

3. Если форма частиц существенно неправильна и характеризуется двумя или темя параметрами, в рассмотрение вводят также коэффициент формы. Физический смысл и практическое применение различных заутеровских диаметров приведены в табл. 1, а важные сведения о коэффициенте формы — в работе [5].

Многочисленные исследования дисперсности различных сред и материалов позволяют утверждать [6], что полученные в результате однократного дробления твердые частицы распределены по размерам согласно двухпараметрическому закону Розина — Раммлера:

$$F(x, D, n) = 1 - e^{-(x/D)^n}, \qquad P(x, D, n) = 1/D \cdot (x/D)^{n-1} \cdot e^{-(x/D)^n}, \tag{2}$$

где величина $\langle x \rangle = D \cdot \Gamma(1 + 1/n)$ характеризует средний размер частиц, а n — степень размерной неоднородности ансамбля (чем меньше n, тем выше полидисперсность порошка).

При многократном измельчении порошки состоят из частиц, размеры которых удовлетворяют двухпараметрическому логнормальному распределению Гаусса — Колмогорова [6]:

$$P(x, D, \sigma) = \frac{\lg e}{\sqrt{2\pi} \cdot lg\sigma \cdot x} \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\lg x - \lg D}{\lg\sigma}\right)^2} . \tag{3}$$

В распределении (3) параметр $\lg D$ отвечает условному среднему размеру частицы, а параметр $\lg \sigma$ — разбросу реальных размеров частиц вокруг условного среднего.

Принципиальным достоинством модели Гаусса — Колмогорова является удобство пересчета величин D_{ij} по линейным соотношениям Хэтча — Шоута [7], связывающим их с величинами D и σ. Форма этих соотношений такова, что при известных двух любых величинах D_{nm} и D_{kl} можно вычислить все прочие.

Важно отметить, что анализируемый авторами порошок (отходы резания рельса) не обязательно описывается приведенными здесь классическими моделями. Во-первых, технологический процесс резания содержит элементы как уникальности (каждый контакт абразивного круга с материалом рельса неповторим), так и множественности (подобные взаимодействия повторяются чрезвычайно многократно). Во-вторых, форма металлических опилок далека от сферической. Наконец, наряду с металлическими опилками, отходы резания содержат частицы выкрашивающегося абразива. Содержание последних в силу особенностей процесса и требований к инструменту может существенно различаться. Таким образом, исследование распределения отходящей пыли по размерам частиц представляется практически важной и научно значимой задачей.

Экспериментальные данные. Первичный физический анализ отходов резания осуществлялся при помощи лабораторно-измерительного комплекса *Fritsch Analysette 22 Compact*, использующего метод *LALLS — low angle laser scattering* [8]. Встроенное программное обеспечение реализует результаты измерений в

первичной графической, и цифровой формах. Недостатками программной части комплекса являются: отсутствие детальных сведений об алгоритмах преобразования измеряемых величин и характере выводимых данных, а также количественные погрешности данных, отображаемых в форме графиков. В частности, может показаться, что шкала дифференциальной функции распределения (плотности вероятности) приводится на распечатках с погрешностью в несколько раз. Более глубокое рассмотрение позволяет заключить, что фактически на этом графике приведена зависимость величины $P(x_k)\,dx_k$ от x_k, причем разбиение частиц по размерам на группы шириной dx_k не является равномерным. Кроме того, вычисляемые программой интегральные характеристики распределения частиц по размеру D_{ij} не документированы, что требует их проверки на соответствие как исходным графическим данным, так и классическим моделям Розина — Раммлера и Гаусса — Колмогорова.

Отмеченные обстоятельства при оценке результатов анализа, выводимых встроенной программой, обусловливают проведение дополнительных мероприятий: нормирование исходной кривой дифференциальной функции распределения, а также проверку согласия интегральных показателей D_{ij} как этой функции распределения, так и базовым модельным распределениям. Реализация этих задач требует высококачественной оцифровки графических результатов фракционного состава, предоставляемых прибором *Fritsch Analysette* 22 *Compact*, а для этого необходимы специализированное программное обеспечение [9, 10] и разработка надлежащих алгоритмов верификации данных.

Техника оцифровки и верификации экспериментальных данных. Для оцифровки первичных графических данных дисперсионного анализа, полученных при помощи прибора *Fritsch Analysette* 22 *Compact*, использовалась специализированная программа *Grafula* [11]. Этот свободно распространяемый информационный продукт позволяет перевести графически представленные зависимости в табличный вид. Процедура оцифровки сводится к считыванию графика, размещению на нем осей декартовых координат, заданию масштабов и нанесению на линию, отображающую зависимость, достаточного числа маркеров.

Результат автоматической оцифровки относится к положению введенных пользователем точек и формируется в *Excel*-совместимую таблицу. Погрешность получаемых в результате цифровых данных имеет несколько составляющих:

- погрешность формирования графика, обусловленная особенностями комплекса *Fritsch Analysette* 22 *Compact*;
- дефекты печати принтером или отображения в качестве электронной фотографии (скриншота);
- неточности оцифровки графика программой *Grafula*;
- невозможность достаточно точно маркировать кривую на графике вследствие ограничений как в разрешении системы, так и в психомоторных возможностях человека.

Последняя из перечисленных погрешность, по-видимому, является самой существенной. Отмеченные обстоятельства требуют дополнительных проверок результатов оцифровки с целью исключить критичные ошибки и верно оценить погрешность результата.

Для верификации результатов оцифровки данная работа выполнялась в несколько этапов. Вначале применительно к данным в нормальном по размеру частиц представлении применительно к представленным в логарифмическом масштабе, затем результаты первичного анализа сопоставлялись графически. При этом оба оцифрованных ряда подвергались перенормировке с целью исключить систематическую погрешность и обеспечить выполнение важного для функции распределения $F(x)$ условия: $F(\infty) = 1$. Впоследствии на основе каждого из результатов строились однотипные модельные распределения, эмпирические параметры которых определялись методами математического программирования [12] и сопоставлялись. Последним этапом проверки служило сравнение рассчитанных по построенным модельным распределениям осредненных показателей размерного состава пыли с интегральными характеристиками распределений, которые выдаются программным обеспечением прибора *Fritsch Analysette 22 Compact*.

Оказалось, что искажение функции распределения $F(x)$ в результате невозможности извлечь ее из инструментального прибора непосредственно в цифровом представлении составляет 15 % при оцифровке графика в линейном (по размеру частиц) масштабе и 8 % при оцифровке графика в логарифмическом масштабе. О согласовании полученных двумя способами данных позволяет судить рис. 1, из которого следует, что оба восстановленных распределения практически совпадают, начиная с диаметра 10 мкм. В то же время полтора десятка первых точек, доступных для считывания с графика, имеющего логарифмическую шкалу размеров, свидетельствуют о наличии значительной доли мелких, наиболее опасных для человека частиц размером менее 10 мкм. Данное обстоятельство является второстепенным, поскольку активные системы очистки воздуха захватывают преимущественно мелкие частицы.

Тот факт, что при $x \geq 10$ мкм выводимые прибором *Fritsch Analysette* 22 *Compact* в различных масштабах графические распределения совпадают, подтверждается следующей проверкой. Если аппроксимировать кривой Розина — Раммлера оба ряда экспериментальных данных и сопоставить полученные кривые, можно количественно оценить влияние погрешности оцифровки на конечный результат.

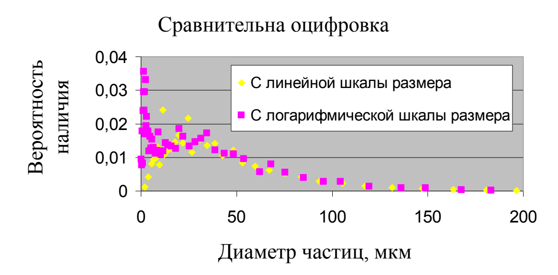


Рис. 1. Результаты оцифровки данных дисперсионного анализа металлоабразивной пыли

Для аппроксимации моделью (2) сравниваемых данных, представленных на рис. 1, численно решалась оптимизационная задача, относящаяся к математическому программированию [12]. Минимизировалась невязка между фактическим и теоретическим распределениями частиц по размерам. Если невязку определять по удобной для вычислений декартовой норме, требуется минимизировать функционал:

$$\Phi(x, D, n) = \sum_k [P(x_k, D, n) - P_k]^2 \to \min,$$

где k — номер узловой (табличной) точки; P_k — значение экспериментальной плотности вероятности; D и n — описанные выше параметры модельного распределения Розина — Раммлера.

Решая эту задачу средствами *Excel*, получаем следующий результат. Для данных, полученных с графика линейного по x, величины D и n равны соответственно 48,37 мкм и 1,588 мкм. При этом аппроксимирующая $P(x, D, n)$ кривая характеризуется средней невязкой с экспериментальными точками 0 00274 и коэффициентом корреляции 0 894. Аналогично решая задачу для 35-ти правых точек, восстановленных с логарифмического по размеру графика, получаем значения D = 48,61 мкм, n = 1,346, невязка — 0,00187, коэффициент корреляции — 0,934. Близость параметров D и n для обеих таблиц совместно с малой невязкой и высокой корреляцией свидетельствуют о примерной равноценности исследованных графических образов анализируемого результата. Об отличии представления данных в формульном виде, полученных из сравниваемых графических источников, позволяет судить корреляция функций $P(x, D, n)$ с вычисленными и приведенными выше значениями параметров. Ее величина равна 0,99.

Поскольку важны размерные характеристики пыли, осредненные на основании некоторого реалистичного распределения, вычислим набор показателей *Dij* согласно инициализированной выше модели Розина — Раммлера при значениях параметров D и n, полученных разными способами. Затем сравним результаты между собой и с интегральными показателями D_{ij}, которые регистрируются прибором *Fritsch Analysette* 22 *Compact*.

Цель сравнения анализируемых графических распределений с регистрируемыми прибором интегральными показателями D_{ij} — выяснить, какое именно распределение приведено на этих графиках. То обстоятельство, что на экране прибора *Fritsch Analysette* 22 *Compact* величина D_{43} совпадает со среднеарифметическим диаметром в пяти десятичных знаках, а величина D_{32} — со среднегеометрическим размером столь же точно, позволяет предположить, что по ординате графика регистрируется не параметр $P(x_k)$, а дифференциал взвешенной на x^3 функции распределения:

$$dF(x_k) = P(x_k)\, x_k^3\, dx_k. \quad (4)$$

Это обстоятельство является ключевым при интерпретации результатов размерного анализа пылевых частиц на основе распечатанных прибором гистограмм. Проверим предложенную гипотезу, рассчитав моменты D_{ij}. Результаты сравнения расчетов при принятии или отвержении гипотезы авторов с соответствующими числовыми данными, регистрируемыми прибором *Fritsch Analysette* 22 *Compact*, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Сопоставление заутеровских диаметров пыли
на основе аппроксимаций оцифрованных графических данных

Диаметр, мкм	Гипотеза (4) не верна		Гипотеза (4) верна		Числовые данные прибора, мкм
	D = 48,4 мкм, n = 1,588	D = 48,6 мкм, n = 1,346	D = 48,4 мкм, n = 1,588	D = 48,6 мкм, n = 1,346	
D_{43}	90,2	107,1	43,4	44,4	43,5
D_{42}	83,2	97,9	30,4	27,5	20,9
D_{41}	75,2	87,1	15,6	12,5	8,18
D_{40}	65,5	73,6	7,61	6,11	4,23
D_{32}	76,7	89,5	21,3	17,0	10,0
D_{31}	68,6	78,5	9,38	6,62	3,55
D_{30}	58,9	64,9	4,26	3,15	1,95
D_{21}	61,4	68,8	4,13	2,57	1,25
D_{20}	51,6	55,2	1,90	1,35	0,66
D_{10}	43,4	44,4	0,88	0,71	0,59

Как видно из таблицы, гипотеза о сути данных, полученных с помощью сервисной программы *Fritsch Analysette* 22 *Compact*, верна. Это заключение является принципиальным при интерпретации результатов размерного анализа пыли.

Результаты статистического анализа графических данных и их интерпретация. Чтобы лучше описать мелкодисперсную часть пыли воспользуемся графическими данными (рис. 1) в логарифмическом масштабе размера и аппроксимируем их пятипараметрическим распределением, отвечающим взвешенной сумме двух логнормальных распределений:

$$P(x, D_1, D_2, \sigma_1, \sigma_2, \alpha) = \frac{\lg e}{\sqrt{2\pi}\cdot x}\cdot\left[\frac{\alpha}{\sigma_1}+\frac{1-\alpha}{\sigma_2}\right]\left[\alpha\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\lg x-\lg D_1}{\lg\sigma_1}\right)^2}+(1-\alpha)\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\lg x-\lg D_2}{\lg\sigma_2}\right)^2}\right],$$

где D_1 и D_2 — положение пиков, σ_1, σ_2 — ширина пиков, α — доля частиц, приходящихся на первую моду.

Решение соответствующей оптимизационной задачи средствами *Excel* дает следующий результат: D_1 = 45,2 мкм, D_2 = 7,0 мкм, σ_1 = 1,97 мкм, σ_2 = 2,1 мкм, α = 0,858. Средняя невязка между аппроксимирующей функцией и исходными данными составляет 31 %, а коэффициент корреляции — 0,977. Это удовлетворительное соответствие, учитывая высокую погрешность экспериментальных значений (рис. 1). Отметим, что этот результат относится к взвешенной на x^3 истинной функции распределения пыли по размерам. Трактовать его можно следующим образом: основную массу пыли (около 85 %) составляют частицы размером более 10 мкм, поэтому для практической очистки воздуха это распределение можно заменить двухпараметрическим логнормальным (2) с параметрами: $D = D_1$ = 45,2 мкм и $\sigma_1 = \sigma_1$ = 1,97 мкм. Однако, такое упрощение не позволит качественно аппроксимировать D_{ij} с $j < 3$, в то время как учет мелкой фракции важен для некоторых приложений, например, для вычисления всех используемых диаметров D_{ij} и моментов функции распределения $P(x)$. Ниже приведены результаты сопоставления двойной логнормальной и логнормальной аппроксимаций $P(x)$. На рис 2 представлена аппроксимация экспериментальных данных двойным логнормальным распределением:

$$P(x) = 0{,}176\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\lg x-1{,}65}{0{,}416}\right)^2} + 0{,}563\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\lg x-0{,}898}{0{,}791}\right)^2}.$$

Среднеквадратичная относительная погрешность составляет 0,31, коэффициент корреляции с экспериментальными точками — 0,977.

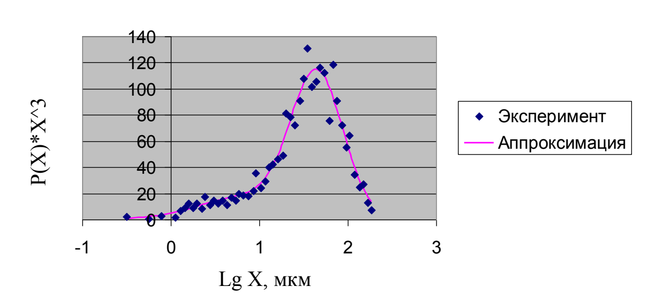


Рис. 2. Аппроксимация экспериментальных данных двойным логнормальным распределением

На рис 3 представлена аппроксимация экспериментальных данных логнормальным распределением:

$$P(x) = 0.563 \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\lg x - 1.63}{0.435}\right)^2}.$$

Среднеквадратичная относительная погрешность составляет 1,23, коэффициент корреляции с экспериментальными точками — 0,970.

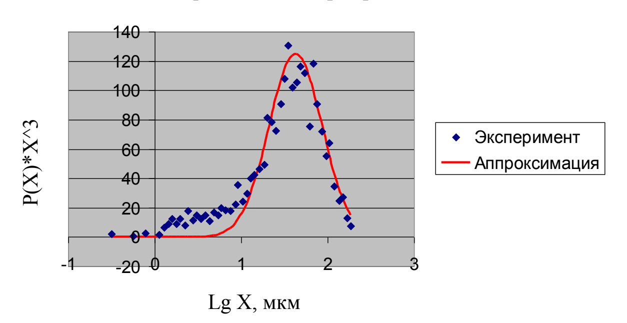


Рис. 3. Аппроксимация экспериментальных данных логнормальным распределением

Также изучалась возможность приблизить экспериментальные данные распределениями Розина — Раммлера:

- классическим обобщенным трехпараметрическим:

$$P(x, D, n, m) = (x/D)^m \cdot \mathrm{e}^{-(x/D)^n} / \int (x/D)^m \cdot \mathrm{e}^{-(x/D)^n} dx);$$

- упрощенным экспоненциальным:

$$P(x) = 1/D \cdot \mathrm{e}^{-x/D},\ n = 1.$$

На рис. 4 представлена аппроксимация экспериментальных данных распределением Розина — Раммлера:

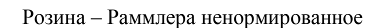
$$P(x) = 7{,}73 \cdot 10^{-3} \cdot x^{0.322} \cdot \exp[-(x/48{,}89)^{1.322}].$$

Среднеквадратичная относительная погрешность составляет 0,47, коэффициент корреляции с экспериментальными точками — 0,972.

На рис. 5 — аппроксимация экспериментальных данных трехпараметрическим распределением типа Розина — Раммлера:

$$P(x) = 6{,}66 \cdot 10^{-3} \cdot x^{0.4} \cdot \exp[-(x/66{,}18)^{1.235}].$$

Среднеквадратичная относительная погрешность составляет 0,51, коэффициент корреляции — 0,972.



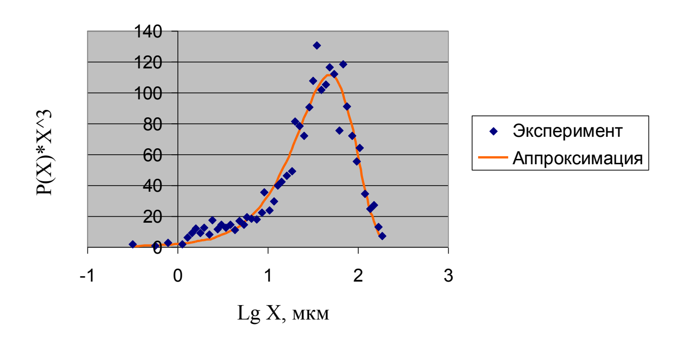


Рис. 4. Аппроксимация экспериментальных данных распределением Розина — Раммлера

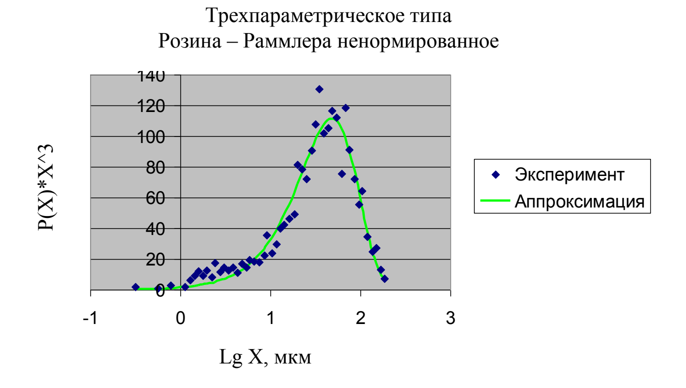


Рис. 5. Аппроксимация экспериментальных данных
трехпараметрическим распределением типа Розина — Раммлера

Из проведенного анализа следует, что для задач, отличных от расчетов циклонов, экспериментальные данные авторов удобно аппроксимировать однопараметрической монотонно убывающей функцией: $P(x) = 1/D{\cdot}e^{-x/D}$ На рис. 6 представлена аппроксимация экспериментальных данных экспоненциальным распределением $P(x) = 1/47.13{\cdot}e^{-x/47.13}$. Среднеквадратичная относительная погрешность составляет 0,42, коэффициент корреляции с экспериментальными точками — 0,948.

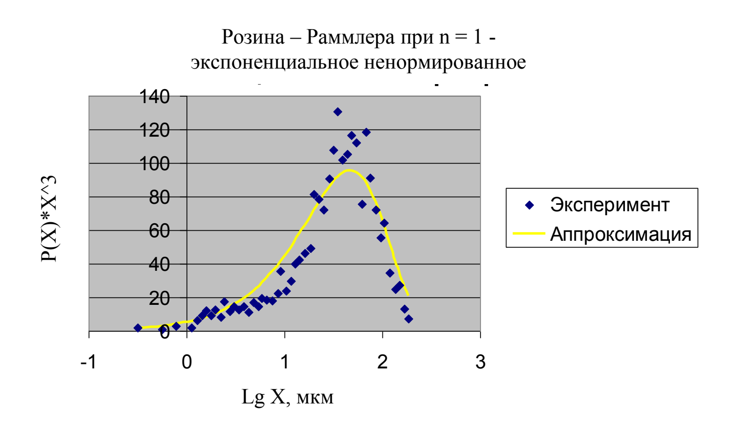


Рис. 6. Аппроксимация экспериментальных данных экспоненциальным распределением

В табл. 2 приведены интегральные показатели дисперсности пыли, рассчитанные на основе модельных распределений в сопоставлении с оцененными программными средствами прибора *Fritsch Analysette* 22 *Compact*. Модельные распределения инициализированы по графическим данным.

Таблица 2

Интегральные показатели дисперсности пыли

Параметр	Математическая модель, использованная для оценки					Фактическое значение
	Логнормальное	Двойное логнормальное	Розина — Раммлера трехпараметрическое	Розина — Раммлера	Экспоненциальное	
D_{43}, мкм	51,7	44,8	44,7	45,2	43,6	43,5
D_{42}, мкм	41,2	23,0	27,3	28,1	21,4	20,9
D_{41}, мкм	32,0	9,45	12,2	12,9	8,61	8,18
D_{40}, мкм	25,0	4,87	5,99	6,32	4,40	4,24
D_{32}, мкм	32,8	11,8	16,6	17,5	10,3	10,0
D_{31}, мкм	25,2	4,34	6,4	6,92	3,79	3,55
D_{30}, мкм	19,6	2,32	3,07	3,28	2,03	1,95
D_{21}, мкм	19,4	1,59	2,46	2,74	1,39	1,25
D_{20}, мкм	15,1	1,03	1,32	1,42	0,904	0,858
D_{10}, мкм	11,8	0,666	0,704	0,738	0,586	0,588
Мода, мкм	52,1	45,2	48,9	48,4	43,9	43,4
СКО σ, мкм	35,0	37,2	33,6	33,8	39,9	35,7
Асимметрия	1,49	1,17	1,19	1,20	1,41	1,25
Эксцесс	2,28	1,49	1,46	1,50	1,66	1,66

Данные рис. 4–6 и табл. 2 позволяют сопоставить соответствующие результаты между собой и с данными аппроксимации логнормальной и двойной логнормальной функциями. Эти результаты свидетельствуют о близком качестве аппроксимации, достигаемом с использованием пятипараметрического двойного логнормального, трехпараметрического типа Розина — Раммлера, двухпараметрического классического типа Розина — Раммлера и однопараметрического экспоненциального модельных распределений $P(x)$. В то же время логнормальное распределение не соответствует опытным данным, поскольку не отражает присутствие в пыли существенной числовой доли очень мелких частиц. Вместе с тем это распределение лучше прочих соответствует практической цели работы — оптимизации системы воздухоочистки.

Аппроксимация однопараметрической монотонно убывающей функцией $P(x) = 1/\ D \cdot e^{-x/D}$ демонстрирует хорошее согласие с экспериментом для малоразмерных фракций пыли, которые вследствие представительности существенно влияют на среднеквадратичную относительную погрешность аппроксимации.

Выводы. Выполненный авторами анализ экспериментальных данных относительно распределения образующихся при резании рельса частиц по размерам сводится к следующему:

1. Прибор *Fritsch Analysette* 22 *Compact* не является оптимальным для исследования фракционного состава пыли поскольку не представляет данных измерений в первичной числовой форме. Оцифровка предоставляемых этим прибором графиков служит главным источником погрешности в интерпретации соответствующих данных.

2. Для детального анализа распределения пылевых частиц по размерам на основе доступных (имеющихся у авторов) экспериментальных данных лучше прочих подходит простейшее экспоненциальное распределение частиц по размерам $P(x) = 1/47{,}13\cdot\ e^{-x/47{,}13}$. На основе этого распределения можно верно воспроизвести все интегральные показатели, предоставляемые инструментальным измерительным комплексом, наряду с графическими данными.

3. Задачи воздухоочистки требуют использовать классическое логнормальное распределение:

$$P(x) = 0{,}563 \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\lg x - 1.63}{0.435}\right)^2},$$

параметры которого вычислены авторами методами математического программирования. Они позволили рассчитать важную для проектирования циклонов величину D_{32} = 32,8 мкм, втрое превышающую числовое значение, выдаваемое прибором *Fritsch Analysette* 22 *Compact.* Это означает, что ориентация в расчете циклона на предоставляемые названным прибором числовые значения приведет к неспособности удалять из рабочей зоны практически все крупные частицы.

4. Ввиду того, что на эффективность циклона влияет не только величина D_{32}, но и плотность дисперсного материала, состоящего из стали и абразива, для обеспечения эффективности воздухоочистки требуется уточняющий анализ. Его предметом является раздельное исследование дисперсности металлической и абразивной пыли, возникающей в результате работы рельсорезного станка.

Библиографический список

1. Страус, В. Промышленная очистка газов : пер. с англ. / В. Страус. — Москва : Химия, 1981. — 616 с.

2. Зиганшин, М. Г. Проектирование аппаратов пылегазоочистки / М. Г. Зиганшин, А. А. Колесник, В. Н. Посохин. — Москва : Экопресс — 3М, 1998. — 505 с.

3. J. Sauter. Grössenbestimmung von Brennstoffteilchen // Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens. — 1926. — Heft 279.

4. J. Sauter. Untersuchung der von Spritzvergasern gelieferten Zerstäubung // Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens. — 1928. — Heft 312.

5. H. Wadell. Volume, Shape and Roundness of Quartz Particles // J. Geology. — 1935. — Vol. 43, no. 3. — P. 250-280.

6. Адушкин, В. В. Анализ мелкодисперсной фракции при разрушении горных пород взрывом и образовании скальных оползней / В. В. Адушкин, С. И. Попель, С. И. Шишаева // Записки Горного института. — 2007. — Т. 171. — С. 32–38.

7. T. Hatch, S.P. Choate Statistical description of the size properties of non-uniform particulate substances // J. Franklin Inst. — 1929. — Vol. 207. — P. 369–387.

8. W. Kaye, J.B. McDaniel Low-Angle Laser Light Scattering – Rayleigh Factors and Depolarization Ratios // Applied Optics. — 1974. — Vol. 13, iss. 8. — P. 1934–1937.

9. Бочкарева, Е. А. Сравнительный анализ программ оцифровки графиков / Е. А. Бочкарева // Современные научные исследования и инновации. — 2015. — № 11. — URL : http://web.snauka.ru/issues/2015/11/60095 (дата обращения : 02.02.2020).

10. Шарапова, Э. Н. Система оцифровки графических данных / Э. Н. Шарапова, В. Л. Дмитриев // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. — 2011. — № 1–2. — С. 166–171.

11. Grafula — оцифровка координат точек отсканированных графиков для переноса их в *Excel* : Математическое моделирование. — URL : https://mmodelling.blogspot.com/2012/07/excel.html (дата обращения : 02.02.2020).

12. M. Minoux Mathematical Programming: Theory and Algorithms. New York: John Wiley, 1986. — 489 p.

Сдана в редакцию 22.01.2020
Запланирована в номер 02.03.2020

Об авторах:

Азимова Наталья Николаевна, ст. преподаватель кафедры «Прикладная математика», аспирант кафедры «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9484-2430, arkomaazimov@mail.ru

Ладоша Евгений Николаевич, начальник управления цифровых образовательных технологий ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7955-5073, Ladoscha@mail.ru

Холодова Светлана Николаевна, доцент кафедры «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9690-7154, holls9@mail.ru

Цымбалов Денис Сергеевич, ст. преподаватель кафедры «Электротехника и электроника» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/ 0000-0003-1409-1815, Den.tsymbalov@mail.ru

Яценко Олег Вадимович, доцент кафедры «Прикладная математика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат физико-математических наук, доцент, ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2873-6944, oleg_v_yatcenko@mail.ru

Заявленный вклад соавторов

Азимова Н.Н. — анализ предметной литературы, выбор цели исследования, постановка задач, планирование и организация совместной работы; экспериментальные исследования распределения пыли по размерам методом LALLS, выбор и анализ модельных распределений; количественная оценка адекватности использованных моделей, их корректировка, анализ возможностей применять методику для объектов, подобных изученному, а также совершенствовать ее в части надежности и универсальности; составление текста статьи (30 %); *Ладоша Е.Н.* — оцифровка данных, параметрическая идентификация моделей на основе графических экспериментальных распределений с использованием статистических методов и электронных таблиц Excel (15 %); Х*олодова С.Н* — экспертиза результатов технического эксперимента (первичных данных о дисперсном составе пыли) и использованных моделей на предмет адекватности; сопоставление и анализ моделей дисперсности в части качественного и количественного соответствия экспериментальным данным; выработка предложений по развитию методики физического и математического анализа для высокоточной идентификации распределения пыли по размерам (15 %); *Цымбалов Д.С.* — параметрическая идентификация моделей на основе интегральных показателей экспериментальных распределений с использованием методов математического программирования (оптимизации) и пакета MathCAD (15 %); *Яценко О.В.* — количественная оценка адекватности использованных моделей, их корректировка, анализ возможностей применять методику для объектов, подобных изученному, а также совершенствовать ее в части надежности и универсальности; корректировка текста статьи (25 %).

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.